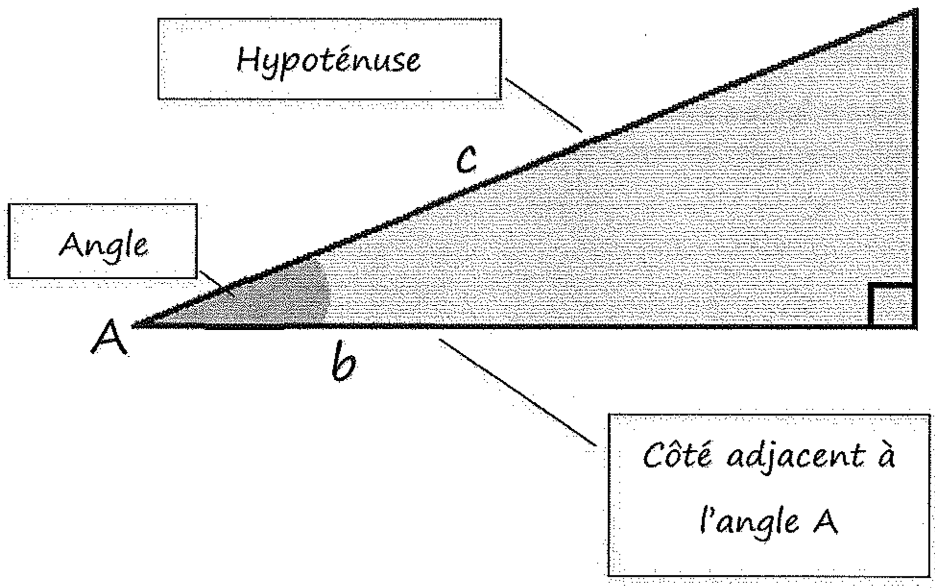
Cosinus

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle est le rapport entre le côté adjacent de l'angle et l'hypoténuse.

$$\cos\theta = \frac{mesure\ du\ côté\ opposé\ à\ \theta}{mesure\ de\ l'hypoténuse}$$

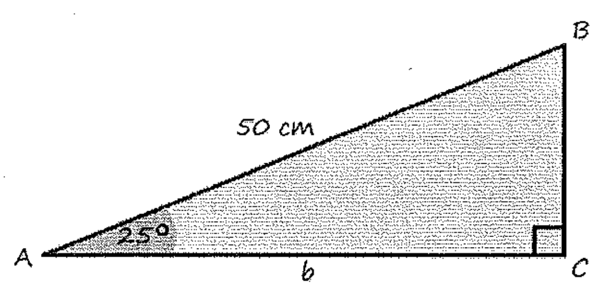
Pour le triangle ABC suivant, le cosinus de A est donné par : $\cos A = \frac{b}{c}$



Exemples

Trouver le côté adjacent

Trouve la longueur du côté b du triangle suivant



1) On reconnaît que le triangle est rectangle
2) On connaît l'angle A et l'hypoténuse. On cherche la longueur de b, qui est le côté adjacent.
3) On peut utiliser le rapport de cosinus car on cherche un côté adjacent d'un angle connu et on connaît aussi l'hypoténuse.
4) On pose l'équation de base :

$$\cos A = \frac{b}{c}$$

5) On substitut les valeurs connues

$$\cos 25° = \frac{b}{50\ cm}$$

6) On résout

$$\cos 25° \cdot 50\ cm = b$$

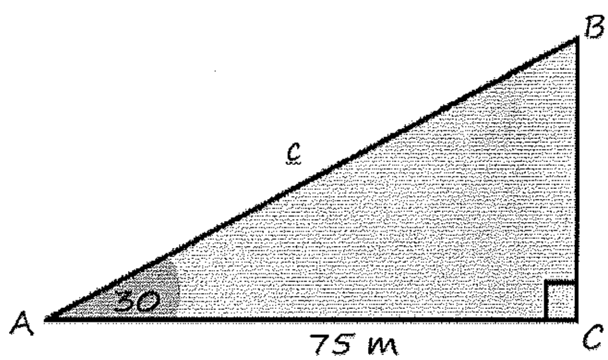
$$b = 46{,}2\ cm$$

La valeur de b est plus petite que l'hypoténuse.

Le côté adjacent d'un petit angle devrait être proche de l'hypoténuse. Plus l'angle est petit, plus le côté adjacent s'approche de l'hypoténuse. La valeur de b semble correspondre à ces caractéristiques.

Trouver l'hypoténuse

Trouve la longueur du côté c dans le triangle rectangle suivant.



1) On reconnaît que le triangle est rectangle
2) On connaît l'angle A et le côté adjacent. On cherche la longueur de c, qui est l'hypoténuse.
3) On peut utiliser le rapport de cosinus car on cherche l'hypoténuse d'un angle connu et on connaît aussi son côté adjacent.
4) On pose l'équation de base :

$$\cos A = \frac{b}{c}$$

5) On substitut les valeurs connues

$$\cos 30° = \frac{75\ m}{c}$$

6) On résout

$$c = \frac{75\ m}{\cos 30°}$$

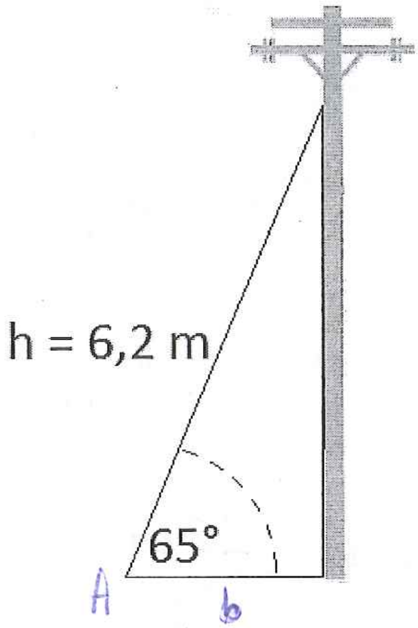
$$c = 84{,}2\ m$$

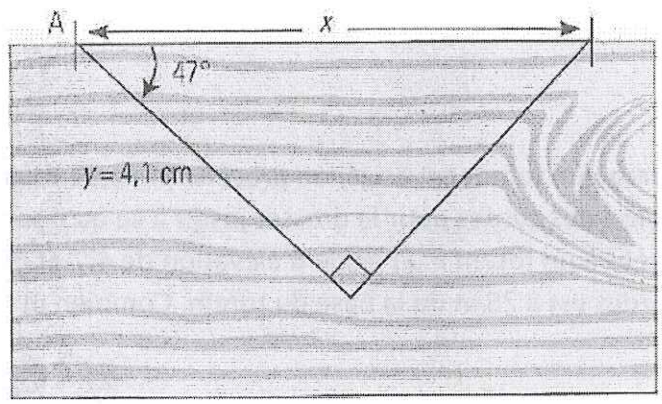
La valeur de c, correspond à l'hypoténuse et doit donc être plus grande que celle de côté adjacent.

Le côté adjacent d'un petit angle devrait être proche de l'hypoténuse. Plus l'angle est petit, plus le côté adjacent s'approche de l'hypoténuse. La valeur de c semble correspondre à ces caractéristiques.

Exercices

1) Observe les deux dessins et répond aux questions





a) À quelle distance de la base d'un pylône doit-on fixer un hauban (h) de 6,2 m si l'angle d'élévation est de 65°?

1) $\cos A = \frac{b}{h}$ 2) $\cos(65°) = \frac{b}{6{,}2\,m}$

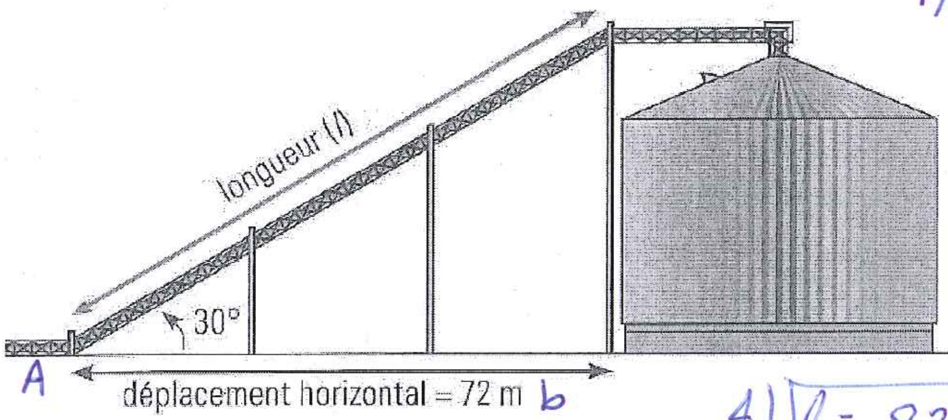
3) $b = 6{,}2\,m \cdot \cos(65°)$ 4) $b = 2{,}62\,m$

b) On coupe une encoche dans un bloc de bois comme sur l'illustration. Quelle est la largeur (x) de l'ouverture de la partie coupée?

1) $\cos A = \frac{y}{x}$ 2) $\cos 47° = \frac{4{,}1\,cm}{x}$

3) $x = \frac{4{,}1\,cm}{\cos 47°}$ 4) $x = 6{,}01\,cm$

2) L'angle d'élévation entre en transporteur à vis sans fin et le grenier auquel il sera raccordé est de 30° et sa base est à 72 m du silo à grain. Quelle est la longueur du tube du grenier?



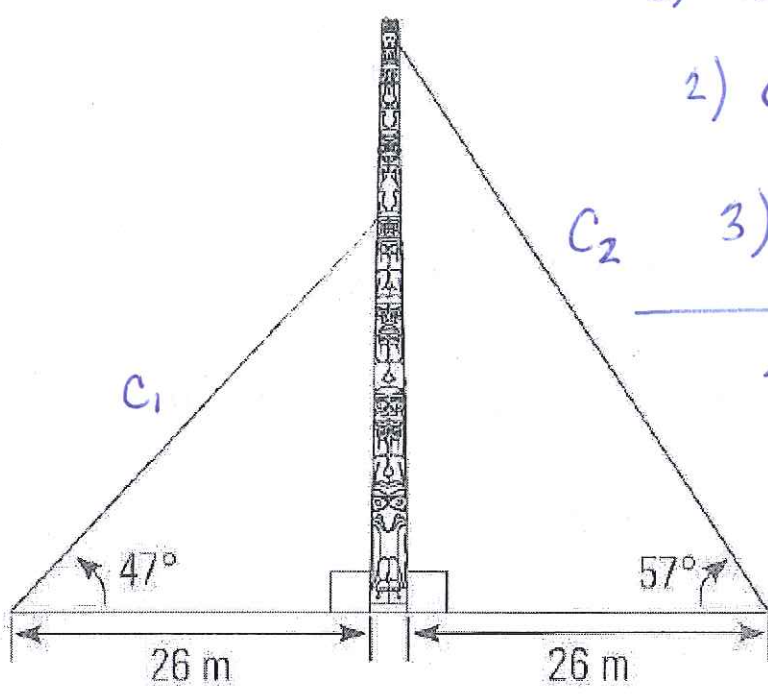
1) $\cos A = \dfrac{b}{\ell}$

2) $\cos(30°) = \dfrac{72m}{\ell}$

3) $\ell = \dfrac{72m}{\cos(30°)}$

4) $\boxed{\ell = 83{,}14\ m}$

3) Lorsqu'un totem est érigé, on procède presque toujours de la même manière. On utilise des cordes pour le dresser jusqu'à ce qu'il soit stabilisé. Deux cordes sont fixées à un totem à un angle d'élévation de 47° et de 57° respectivement. La base des cordes est à 26 m de la base du totem. Combien mesure les cordes?



1) $\cos(47°) = \dfrac{26m}{C_1}$

2) $C_1 = \dfrac{26m}{\cos(47°)}$

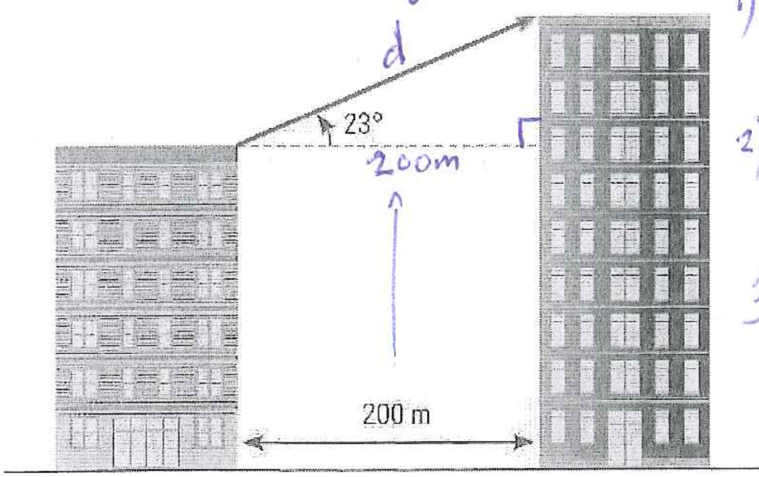
3) $\boxed{C_1 = 38{,}1\ m}$

4) $\cos(57°) = \dfrac{26m}{C_2}$

5) $C_2 = \dfrac{26m}{\cos 57°}$

6) $\boxed{C_2 = 47{,}7\ m}$

4) Un arpenteur se trouvant au bord d'un immeuble détermine que l'angle d'élévation par rapport au toit d'un autre immeuble est de 23°. Si 200 m séparent les deux immeubles, à quelle distance se trouve l'arpenteur du toit du deuxième immeuble?

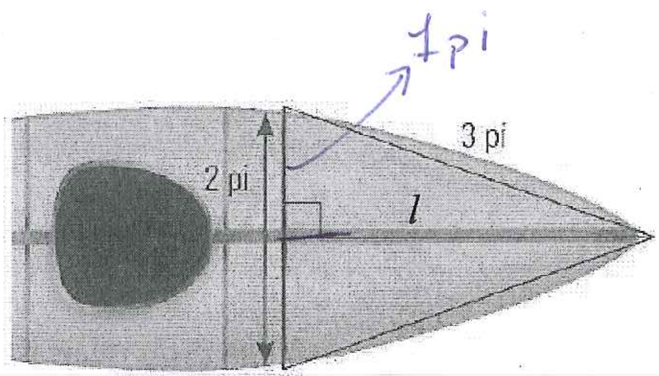


1) $\cos(23°) = \frac{200m}{d}$

2) $d = \frac{200m}{\cos(23°)}$

3) $\boxed{d = 217,3\ m}$

5) Traditionnellement, on recouvrait un kayak en peau de veau marin et on assemblait l'embarcation avec de la babiche. Maintenant, on utilise plutôt de la toile pour recouvrir les kayaks et de l'époxy pour l'assemblage. Afin d'avoir de l'espace suffisant pour les jambes, on doit connaître la longueur de la partie conique à l'avant du kayak. Chaque côté de la partie conique de la proue du kayak mesure 3 pi. La largeur du kayak est de 2 pi. Quelle est la longueur (*l*) de la partie conique?



$c^2 = a^2 + b^2$

$(3pi)^2 = (1pi)^2 + l^2$

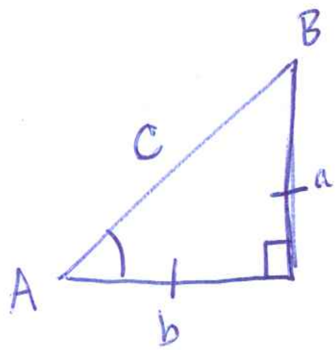
$l^2 = 9pi^2 - 1pi^2$

$l^2 = 8pi^2$

$l = 2,83pi$

Deux autres questions plus approfondies!

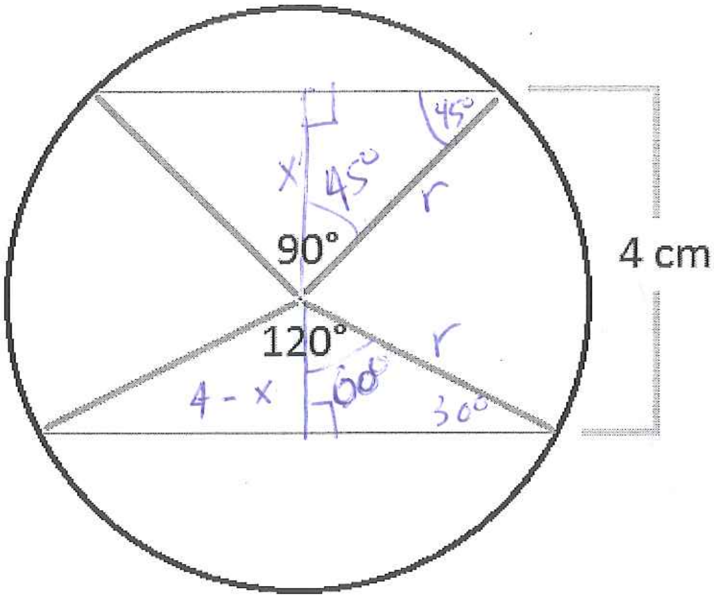
6) <Dessine un triangle dont le sinus d'un angle est égal au cosinus du même angle.



si $a = b$

alors $\sin A = \cos A$

7) Su un cercle se trouvent deux cordes parallèles à 4 cm l'une de l'autre. L'une sous-tend un angle de 120° par rapport au centre, et l'autre, un angle de 90°. Quel est le rayon du cercle?



1) $\cos 45 = \frac{x}{r}$

2) $\cos 60 = \frac{4-x}{r}$

1) $r\cos(45) = x$

2) $r\cos(60) = 4 - x$

$x = 4 - r\cos(60)$

$r\cos(45) = 4 - r\cos 60$

$r\cos(45) + r\cos(60) = 4$

$$r = \frac{4}{\cos 45 + \cos 60}$$

$r = \frac{4}{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}}$ $r = \frac{8}{\sqrt{2}+1}$ $\boxed{r = 3{,}314 \text{cm}}$